

●平成21年度第一種電気主任技術者二次試験標準解答

配点：一題当たり 30 点

電力・管理科目 4 題× 30 点＝ 120 点

機械・制御科目 2 題× 30 点＝ 60 点

<電力・管理科目>

[問 1 の標準解答]

(現象)

タービン発電機に流れる逆相電流は、発電機内部に回転子と逆方向に回転する磁界を作り、これが界磁巻線に鎖交すると回転子に 2 倍周波数の電圧が誘起される。このため回転子には同周波数の渦電流（制動電流）が発生する。この電流は、表皮効果により主に回転子のくさびと保持環の間を流れる。

くさびと保持環の接触部などは接触抵抗が大きいため、この部分を通る渦電流によって過熱される。

(影響)

この結果、

- ・くさびがなまされてせん断破壊を起こす。
- ・保持環が熱膨張し、焼きばめ部分があまくなってアークが発生し、材料を損傷する。

などの影響を与える。

(対策)

そこで、

- ・回転子に制動巻線を設け、制動分電流を流す。
- ・くさびに特殊耐熱材を用いる。
- ・発電機に逆相電流リレーを設け、警報の発報や発電機の停止を行う。

などの対策が採られる。

(制限値の設定)

タービン発電機に要求される逆相電流の制限値は、JEC(2130-2000)において次のように規定されている。

- ・連続運転に対しては、定格電流に対する一定の比率

・故障状態での短時間運転に対しては、上記比率の二乗と時間の積
また、これらの制限値は、回転子の冷却方式や発電機容量により、以下のよ
うな傾向で定められている。

- ・間接冷却方式より直接冷却方式の方が小さい。
- ・直接冷却方式の場合、発電機容量の大きい方が小さくなる。
- ・短時間運転においては、空冷式より水素冷却式の方が小さい。

〔問 2 の標準解答〕

(1) 機器配置

地下変電所は電力需要密度や建設コストが高い都市部に建設されるため、一般の変電所に比べ、高信頼度かつ変電所スペースの縮小化を考慮した機器配置が必要である。

①信頼度

事故が発生した場合は局限化することを基本に、電氣的、機械的に隔離区分した機器配置（ユニット化）にすることが多い。

②変電所スペースの縮小化：

変電所スペースの縮小化は、一般ビル地下での設置など立地面から必要である。

具体的には

- ・ガス絶縁機器（GIS）やガス変圧器などの縮小形機器を採用する。
- ・機器高さの近い機器を同一階に配置する。
- ・主要変圧器などの重量機器は、最下層に配置する。
- ・地上構造物により地下階の構造に制約がある場合があり、運転保守性、最終形態を考え、デッドスペースの少ない機器配置とする。

(2) 防火対策（変圧器とケーブル）

①変圧器：

系統の短絡・地絡電流に耐える防火性能を有する変圧器仕様とする。

短絡・地絡電流が大きい超高压などの系統に、油入変圧器を適用する場合は、高信頼度の保護・制御装置とすると共に、変圧器内部事故時のタンク内圧上昇でタンク破壊に至らないような対策が必要である。

- ・圧力上昇を低減するため、避圧空間をコンサベータ部に確保
- ・上部・下部タンク接続フランジ部を補強し、タンク強度を向上。

また、変圧器室は、耐火構造の壁や床で区画し、自動消火設備を備え、絶縁油が噴出した場合の処理のための集油槽を設ける。

従来の絶縁油に代わり、SF₆ ガスにて絶縁し、不燃化を図るガス絶縁変圧

器の適用も有効である。

②電力ケーブル：

電力ケーブルは回線ごとに区画された洞道やピットに布設し、防火区画の貫通部はすべて不燃材で埋める。

[問3の標準解答]

(1) e'_0 , i'_0 は雷道の反射波, e_1 , i_1 は架空地線への侵入波とすれば鉄塔頂点 A 点において次の関係が成り立つ。

$$\begin{cases} e_0 + e'_0 = e_1 & \dots \dots \dots \textcircled{1} \\ i_0 + i'_0 = 2i_1 + i_T \end{cases}$$

$$e_1 = Z_g i_1, \quad e_0 = Z_0 i_0, \quad e'_0 = -Z_0 i'_0, \quad e_T = e_1 = Z_T i_T \quad \dots \textcircled{2}$$

(2) 上記の式①, ②から

$$e_1 = \frac{2Z_T Z_g}{Z_g Z_T + 2Z_0 Z_T + Z_0 Z_g} e_0 \quad \dots \dots \dots \textcircled{3}$$

$$\begin{aligned} e_1 &= \frac{2 \times 100 \times 500}{500 \times 100 + 2 \times 400 \times 100 + 400 \times 500} \times 10\,000 \\ &= \frac{100\,000}{330\,000} \times 10\,000 = 3\,030.3 \rightarrow 3\,030[\text{kV}] \end{aligned}$$

(3) 送電線に誘導される電圧進行波の A 点の値を e_2 とすると,

$$i_1 = \frac{2Z_T}{Z_g Z_T + 2Z_0 Z_T + Z_0 Z_g} e_0 \quad \dots \dots \dots \textcircled{4}$$

$$e_2 = Z_m i_1 = \frac{2Z_T Z_m}{Z_g Z_T + 2Z_0 Z_T + Z_0 Z_g} e_0 \quad \dots \dots \dots \textcircled{5}$$

がいしに加わる電圧 e は

$$e = e_T - e_2 = \frac{2Z_T(Z_g - Z_m)}{Z_g Z_T + 2Z_0 Z_T + Z_0 Z_g} e_0 \quad \dots \dots \dots \textcircled{6}$$

したがって,

$$\begin{aligned} e &= \frac{2 \times 100 \times (500 - 150)}{500 \times 100 + 2 \times 400 \times 100 + 400 \times 500} \times 10\,000 \\ &= \frac{70\,000}{330\,000} \times 10\,000 = 2\,121.2 \rightarrow 2\,120[\text{kV}] \end{aligned}$$

[問 4 の標準解答]

(1) BC 相 2 線短絡事故時の事故点の各相の電圧・電流を

$\dot{V}_a, \dot{V}_b, \dot{V}_c, \dot{I}_a, \dot{I}_b, \dot{I}_c$ とすると

$\dot{V}_b = \dot{V}_c, \dot{I}_a = 0, \dot{I}_b = -\dot{I}_c$ となる。

$\dot{V}_b = \dot{V}_c$ を対称分で書き表すと

$\dot{V}_0 + a^2 \dot{V}_1 + a \dot{V}_2 = \dot{V}_0 + a \dot{V}_1 + a^2 \dot{V}_2$ となる。

よって, $\dot{V}_1 = \dot{V}_2$

また, $\dot{I}_a = 0, \dot{I}_b = -\dot{I}_c$ の関係を対称分で書き表すと

$\dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0$

$\dot{I}_0 + a^2 \dot{I}_1 + a \dot{I}_2 = -(\dot{I}_0 + a \dot{I}_1 + a^2 \dot{I}_2)$

よって, $\dot{I}_0 = 0, \dot{I}_1 = -\dot{I}_2$

三相交流発電機の基本式に代入すると

$\dot{E} - \dot{Z}_1 \dot{I}_1 = -\dot{Z}_2 \dot{I}_2 = \dot{Z}_2 \dot{I}_1$

$\dot{V}_0 = -\dot{Z}_0 \dot{I}_0 = 0$

よって, $\dot{V}_1 = \dot{V}_2 = \frac{\dot{Z}_2 \dot{E}}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}, \dot{V}_0 = 0, \dot{I}_1 = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}, \dot{I}_2 = -\frac{\dot{E}}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}, \dot{I}_0 = 0$

(2) (1) の結果から, BC 相 2 線短絡事故時の対称回路は以下のように表すことができる。

発電機 G_S の A 相電圧 (77kV 側換算値) $E_{SA} = \frac{77\text{kV}}{\sqrt{3}}$

とすると, 77 [kV] の基準電流は $I_{base} = \frac{10\,000\text{kV}\cdot\text{A}}{\sqrt{3}\times 77\text{kV}} = 74.9806 \text{ [A]}$

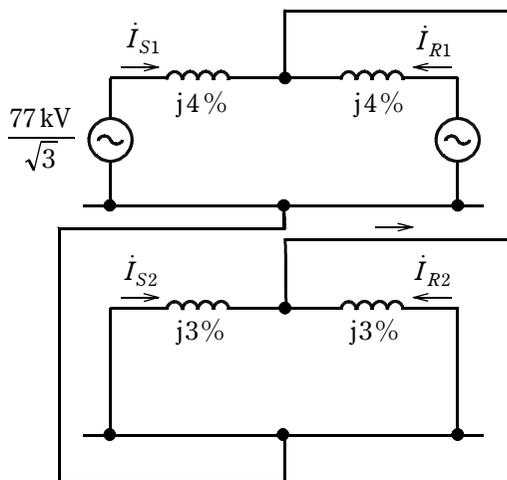
また, 下図回路は事故点の左右で対称であることから以下の関係が成り立つ。

$\dot{I}_{S1} = \dot{I}_{R1} = -\dot{I}_{S2} = -\dot{I}_{R2}$

ここで, $j7[\%] Z_{base} \dot{I}_{S1} = E_{SA}$ であるから,

$$\dot{I}_{S1} = \frac{I_{base}}{j7} \times 100 = -j1071.15[\text{A}]$$

$$\dot{I}_{S2} = -\dot{I}_{S1} = j1071.15[\text{A}]$$



この時の各相の電流は以下ようになる。

$$\dot{I}_a = \dot{I}_0 + \dot{I}_{S1} + \dot{I}_{S2} = 0 - j1071.15 + j1071.15 = 0[\text{A}]$$

$$\dot{I}_b = \dot{I}_0 + \dot{I}_{S1} a^2 + \dot{I}_{S2} a = 0 - j1071.15 a^2 + j1071.15 a = -1855.29 = -1.86 \times 10^3 [\text{A}]$$

$$\dot{I}_c = \dot{I}_0 + \dot{I}_{S1} a + \dot{I}_{S2} a^2 = 0 - j1071.15 a + j1071.15 a^2 = 1855.29 = 1.86 \times 10^3 [\text{A}]$$

リレー設置点での電圧値は以下ようになる。

$$\dot{V}_1 = \dot{E}_{SA} - \dot{I}_{S1} \times j3[\%] Z_{base}$$

$$\dot{V}_2 = -\dot{I}_{S2} \times j2[\%] Z_{base}$$

$$\dot{V}_0 = 0$$

77 [kV], 10 [MV·A] ベースの基準インピーダンスは、

$$Z_{base} = \frac{V^2}{10[\text{MV} \cdot \text{A}]} = 592.9[\Omega]$$

であたえられることから、

各相電圧の 77 [kV] 側換算値は以下ようになる。

$$\begin{aligned}\dot{V}_a &= \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = \dot{E}_{SA} - j5.929 \times (3\dot{I}_{S1} + 2\dot{I}_{S2}) \\ &= \frac{77 \times 1000}{\sqrt{3}} - j5.929 \times (-j1071.15) = 38105.1[\text{V}] = 38.1[\text{kV}]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_b &= \dot{V}_0 + \dot{V}_1 a^2 + \dot{V}_2 a = \dot{E}_{SA} a^2 - j5.929 \times (3\dot{I}_{S1} a^2 + 2\dot{I}_{S2} a) \\ &= -19052.6 - j11000.0[\text{V}] = -19.1 - j11.0[\text{kV}]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_c &= \dot{V}_0 + \dot{V}_1 a + \dot{V}_2 a^2 = \dot{E}_{SA} a - j5.929 \times (3\dot{I}_{S1} a + 2\dot{I}_{S2} a^2) \\ &= -19052.6 + j11000.0[\text{V}] = -19.1 + j11.0[\text{kV}]\end{aligned}$$

(3) 題意から B 相のみるインピーダンスは次のようになる。

$$\dot{Z}_B = \frac{\dot{V}_b - \dot{V}_c}{\dot{I}_b - \dot{I}_c} = \frac{-j22000}{-3710.58} = j5.929 = j5.93[\Omega]$$

また、リレー動作範囲は題意から以下の式で与えられる。

$$(R - 12)^2 + (X - 12\sqrt{3})^2 \leq 24^2$$

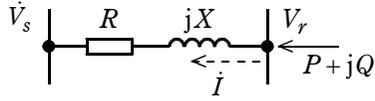
B 相リレーのみるインピーダンスを代入すると

$$(0 - 12)^2 + (5.929 - 12\sqrt{3})^2 = 364.69 < 24^2 = 576$$

となり、動作範囲内に入っていることがわかる。

[問5の標準解答]

(1) 連系点の電圧



題意より，上図の回路において，連系点の電圧： $V_r \angle 0$ ，線路に流れる電力： $P + jQ$ ，線路の電流： \dot{I} とすると， $P + jQ = V_r \cdot \bar{\dot{I}}$ より，

$$V_r = \dot{V}_s + (R + jX)\dot{I} = \dot{V}_s + (R + jX) \frac{P - jQ}{V_r} = \dot{V}_s + \frac{RP + XQ + j(XP - RQ)}{V_r}$$

V_r と V_s は同位相とみなせることから，上式の複素成分は零であり， $\dot{V}_s \doteq 1 \angle 0$ より，

$$V_r = 1 + \frac{RP + XQ}{V_r}$$

$$V_r^2 - V_r - (RP + XQ) = 0$$

V_r についての2次方程式を解くと，

$$V_r = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4(RP + XQ)}}{2}$$

$\sqrt{1 + 4(RP + XQ)} \doteq 1 + 2(RP + XQ)$ より，

$$\therefore V_r = \frac{1 + [1 + 2(RP + XQ)]}{2} = 1 + RP + XQ \quad (-RP - XQ \text{ は不適解})$$

これより， $V_r = 1 + RP + XQ$

(2) 電圧変動率

線路の電力変動による連系点の電圧変動率は， $\Delta V = \frac{V_r - V_s}{V_s}$

$$\text{上記(1)の答及び } V_s = 1 \text{ より， } \Delta V \text{ [p.u.]} = \frac{1 + RP + XQ - 1}{1} = RP + XQ \quad \dots \textcircled{1}$$

連系点の発電電力は， $P = \frac{60}{100} = 0.60$ [p.u.]，力率 1.0 より $Q = 0$ なので， $R = 15$ [%]， $X = 10 + 20 = 30$ [%] 及び①式より，

$$\Delta V = \frac{15}{100} \times 0.6 + \frac{30}{100} \times 0 = \frac{9}{100} \text{ [p.u.]} = 9 \text{ [%]}$$

(3) 力率

最大出力 $P = 0.6$ のときの無効電力を Q_M とすると、 $\Delta V = 2.0$ [%] 及び①式より、

$$\frac{2}{100} = \frac{15}{100} \times 0.6 + \frac{30}{100} \times Q_M$$

$$\therefore Q_M = -0.233 \text{ [p.u.]}$$

連係点での力率は、

$$\frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{0.6}{\sqrt{0.6^2 + 0.233^2}} = 0.932$$

これより、93.2 [%] (進み)

[問6の標準解答]

(1) 供給力

a. ベース供給力

①日負荷曲線上の分担とその役割

1日の変動する需要のうち、ほぼ一定のベース部分を分担し、長時間安定的に発電する。

②対応する電源種別

流れ込み式水力発電所、地熱発電所、原子力発電所及び高効率の火力発電所が充てられる。

b. ミドル供給力

①日負荷曲線上の分担とその役割

ベース需要とピーク需要の中間部分を分担し、需要の日間変化に応じて、日間起動停止を行うとともに出力調整運転を行う。

②対応する電源種別

ベース火力より熱効率が多少劣っても、毎日の起動停止の容易な火力発電所が充てられる。

c. ピーク供給力

①日負荷曲線上の分担とその役割

1日の変動する需要のうち、需要が最も大きくなるピーク部分を分担し、急激な出力変化や負荷変動に対応する。

②対応する電源種別

急激な出力変化能力を有する水力発電所のうち、調整池式及び貯水池式の一般水力発電所と揚水式水力発電所が充てられる。また、水力発電所以外では、ベース火力やミドル火力よりも熱効率が劣っても始動時間が短く負荷追従性のよい火力発電所が充てられる。

(2) 供給予備力

d. 待機予備力

①必要とする対象要因

需要想定値に対する持続的増加，水力の濁水，停止までに相当の時間的余裕のある電源に対応する。

②予備力を発揮するまでの時間特性

始動から最大出力まで数時間かかる。

③対応する発電所

必要な出力到達後は長時間運転継続できる停止待機中の火力発電所が対応する。

e. 運転予備力

①必要とする対象要因

天候急変などによる需要の急増や電源を即時又は短時間内に停止・出力抑制しなければならない場合に対応する。

②予備力を発揮するまでの時間特性

10分程度以内の短時間で供給力増加が可能である。

③対応する発電所

待機予備力が発電するまでの間，継続して運転できる部分負荷運転中の発電所が対応する。

f. 瞬動予備力

①必要とする対象要因

電源脱落時の大きな周波数低下に対して、即座に出力増加しなければならない場合に対応する。

②予備力を発揮するまでの時間特性

運転予備力の一部であるが 10 秒程度以内に対応する。

③対応する発電所

運転予備力が発電するまでの間継続して運転できるガバナフリー運転の発電所が対応する。

< 機械・制御科目 >

[問 1 の標準解答]

- (1) (へ) 正相分
- (2) (ロ) 逆相分
- (3) (フ) $2-s$

同期速度を n_s , 回転子の回転速度を n とするとき, 正相分電動機の回転磁界の回転方向は n と同方向であるから,

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} = 1 - \frac{n}{n_s}$$

一方, 逆相分電動機の回転磁界の回転方向は n と逆方向であるから,

$$s_N = \frac{n_s + n}{n_s} = 1 + \frac{n}{n_s} = 2 - s$$

となる。

- (4) 入力インピーダンス

逆相分等価回路 B の励磁リアクタンスを無視すれば, 入力インピーダンス Z は,

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= r_1 + jx_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{r_2}{2} + j\frac{x_2}{2} + \frac{1}{\frac{1}{j\frac{x_m}{2}} + \frac{1}{\frac{r_2}{2s} + j\frac{x_2}{2}}} \\ &= 0.04 + j0.04 + \frac{0.021}{2} + j0.03 + \frac{1}{\frac{1}{j} + \frac{1}{\frac{0.021}{0.03} + j0.03}} \\ &= 0.50185 + j0.40587 \\ Z &= 0.64543 \rightarrow 0.645 \text{ [p.u.]} \end{aligned}$$

(5) 一次電流の大きさ

電動機は定格電圧が印加されているので、 $V = 1$ [p.u.] であるから、単位法で表した一次電流を I_{1pu} とすると、

$$I_{1pu} = \frac{V}{Z} = \frac{1}{0.64543} = 1.5493 \text{ [p.u.]}$$

基準電流を I_B とすると、 I_B は $\frac{200}{100} = 2$ [A] であるから、一次電流 I_1 は、

$$I_1 = I_{1pu} \times I_B = 1.5493 \times 2 = 3.0986 \rightarrow 3.10 \text{ [A]}$$

(6) 等価回路 A の二次電流の大きさ

等価回路 A において、 $\frac{x_m}{2}$ に流れる電流を I_{mpu} [p.u.]、また、単位法で表した I_{P2} を I_{P2pu} とすると、

$$j \frac{x_m}{2} \dot{I}_{mpu} = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{r_2}{s} + j \frac{x_2}{2} \right) \dot{I}_{P2pu}$$

$$\dot{I}_{1pu} = \dot{I}_{mpu} + \dot{I}_{P2pu}$$

が成り立ち、これらの式から I_{P2pu} は次式のように計算できる。

$$\begin{aligned} I_{P2pu} &= \left| \frac{j \frac{x_m}{2}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{r_2}{s} + j \left(\frac{x_m}{2} + \frac{x_2}{2} \right)} \right| \times I_{1pu} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{0.021}{0.03} \right)^2 + (1 + 0.03)^2}} \times 1.5493 = 1.2440 \text{ [p.u.]} \end{aligned}$$

$$I_{P2} = I_{P2pu} \times I_B = 1.2440 \times 2 = 2.4880 \rightarrow 2.49 \text{ [A]}$$

(7) 同期ワットで表したトルク

正相分電動機のトルク T_P は,

$$T_P = \frac{1}{2} \cdot \frac{r_2}{s} I_{P2pu}^2 \times 200 = \frac{0.021}{0.03} \times 1.2440^2 \times 200 = 216.655 \text{ [W]}$$

逆相分電動機のトルク T_N は,

$$T_N = \frac{1}{2} \cdot \frac{r_2}{2} I_{1pu}^2 \times 200 = \frac{1}{2} \times 0.021 \times 1.5493^2 \times 200 = 5.0406 \text{ [W]}$$

T_N は T_P と逆方向に働くトルクであるから, 電動機のトルク T は,

$$T = T_P - T_N = 216.655 - 5.0406 = 211.6144 \rightarrow 212 \text{ [W]}$$

[問 2 の標準解答]

(1) 蓄積エネルギー

タービン発電機は 4 極機であり、50 [Hz] 系統では 1500 [min^{-1}] が定格回転速度である。

タービン発電機 A の蓄積エネルギーを E_{KA} とすると②式から、

$$\begin{aligned} E_{KA} &= \frac{1}{2} \times \frac{973 \times 10^3}{4} \times \left(\frac{2\pi \times 1500}{60} \right)^2 = \frac{8.6428 \times 10^{13}}{28800} \\ &= 3000.9 \times 10^6 \text{ [J]} \rightarrow 3000 \text{ [MJ]} \end{aligned}$$

同様に、タービン発電機 B の蓄積エネルギーを E_{KB} とすると、

$$\begin{aligned} E_{KB} &= \frac{1}{2} \times \frac{830 \times 10^3}{4} \times \left(\frac{2\pi \times 1500}{60} \right)^2 = \frac{7.3725 \times 10^{13}}{28800} \\ &= 2559.8 \times 10^6 \text{ [J]} \rightarrow 2560 \text{ [MJ]} \end{aligned}$$

(2) 単位慣性定数

タービン発電機 A の単位慣性定数を H_A とすると、

$$H_A = \frac{E_{KA} \text{ [MJ]}}{1000 \text{ [MV} \cdot \text{A]}} = \frac{3000.9}{1000} = 3.0009 \rightarrow 3.00 \text{ [s]}$$

同様に、タービン発電機 B の単位慣性定数を H_B とすると、

$$H_B = \frac{E_{KB} \text{ [MJ]}}{800 \text{ [MV} \cdot \text{A]}} = \frac{2559.8}{800} = 3.1997 \rightarrow 3.20 \text{ [s]}$$

(3) 等価慣性定数

等価発電機と 2 台のタービン発電機 A, B とは蓄積エネルギーが等しいので、次式が成立する。

$$H_{eq} \times 1800 = H_A \times 1000 + H_B \times 800$$

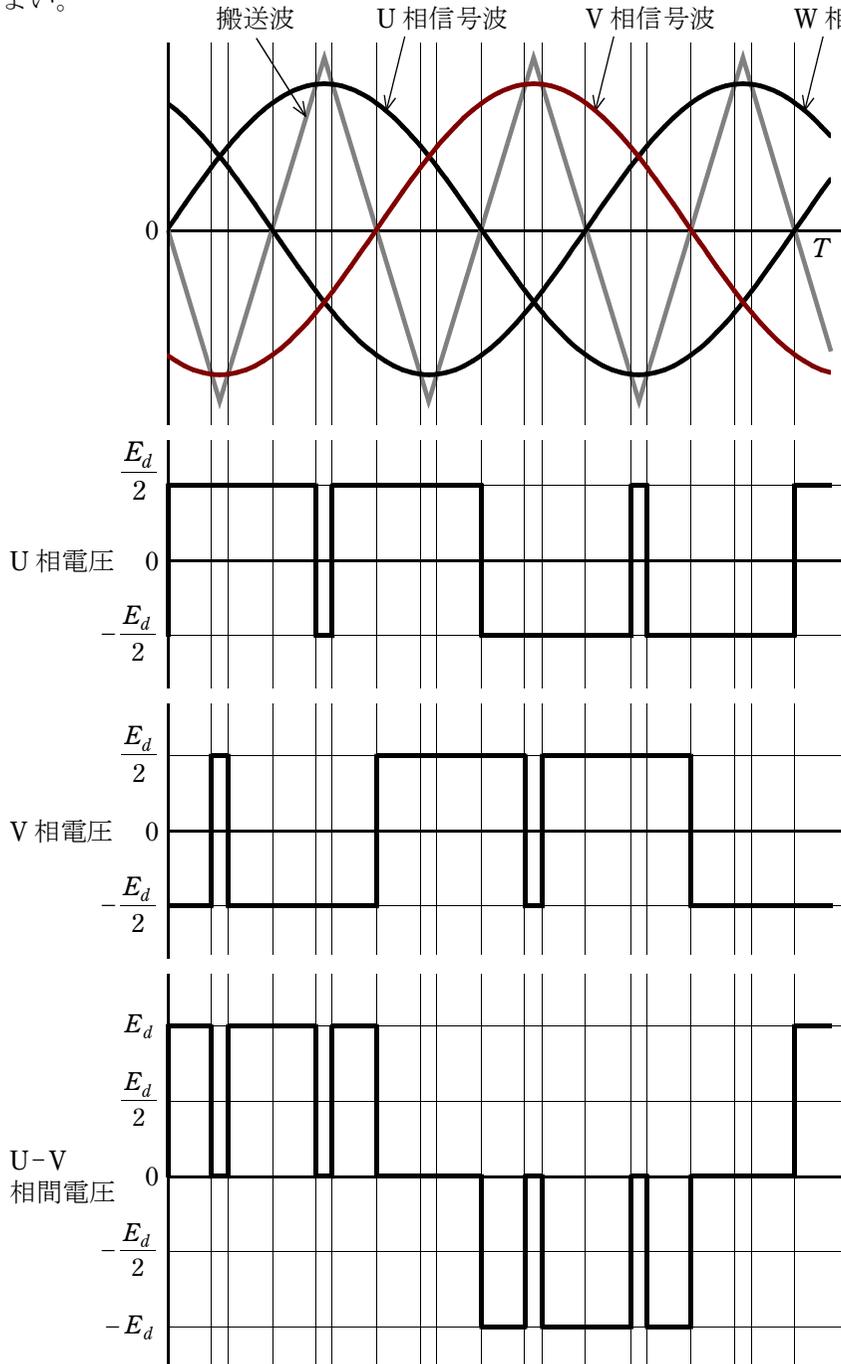
これより等価慣性定数 H_{eq} について解くと、

$$\begin{aligned} H_{eq} &= \frac{H_A \times 1000 + H_B \times 800}{1800} = \frac{3.0009 \times 1000 + 3.1997 \times 800}{1800} \\ &= 3.0892 \rightarrow 3.09 \text{ [s]} \end{aligned}$$

[問 3 の標準解答]

(1) 直流電圧の波形

$t = 0$ 及び $t = T$ における波形の縦線及び T 以降の波形は記載しなくてもよい。



(2) 搬送波の周波数を信号波の周波数の3の奇数倍とする理由

下記のような解答が、いずれか1項目ずつ記載されていればよい。

●3の倍数とする理由

- ・三相間で電圧波形を同じにできる。
- ・相間で3の倍数次の高調波を相殺し抑制できる。

●奇数倍とする理由

- ・偶数次高調波の発生を抑制できる。
- ・正と負の波形を同じにできる。

(3) 搬送波の周波数を高くしたときのメリット、デメリット

下記のような解答が、いずれか1項目ずつ記載されていればよい。

●メリット

- ・電流波形を正弦波に近づけられる。
- ・フィルタを小形にできる。

●デメリット

- ・損失が増加する。
- ・(問題文に記載された搬送波周波数の範囲では)騒音が大きくなりやすい。

[問 4 の標準解答]

(1) フィードバック制御系が安定となることを示せ

図 1 より,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K}{s}}{1 + \frac{K}{s}} = \frac{K}{s+K} \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

となり, フィードバック制御系の特性根は $s = -K$ となり, $K > 0$ ならば特性根が s 平面の左半面に存在することになり安定となる。

(2) 図 1 の制御系を安定にする K の範囲

図 2 のベクトル軌跡は

$$K \frac{e^{-j\omega L}}{j\omega} \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

をプロットしたものである。ベクトル軌跡が最初に実軸と交わる交点は、ベクトルの虚数部が零となる時の実数部によって与えられる。

$e^{-j\omega L} = \cos\omega L - j\sin\omega L$ を利用して, ②式を書き換えると,

$$K \frac{e^{-j\omega L}}{j\omega} = -\frac{jK}{\omega} (\cos\omega L - j\sin\omega L) = -\frac{K}{\omega} \sin\omega L - j\frac{K}{\omega} \cos\omega L \quad \dots \textcircled{3}$$

となる。ベクトル軌跡が最初に実軸と交わる点では虚数部が零となることから, $\cos\omega L = 0$ となり, これより $\omega = \frac{\pi}{2L}$ が求められる。これを実数部へ代入すると, $-\frac{2LK}{\pi}$ となり, これが実軸との交点の座標となる。安定性を補償するには, この交点は -1 より右になければならないので, 安定条件は,

$$0 < K \leq \frac{\pi}{2L} \quad \dots\dots\dots \textcircled{4}$$

となる。ただし, 等号は安定限界を表す。

(3) $R(s)$ から $Y(s)$ までの伝達関数

図 3 より,

$$Y(s) = G(s)U(s) \quad \dots\dots\dots \text{⑤}$$

$$U(s) = K\{R(s) - [Y(s) - C(s)U(s)]\} \quad \dots\dots\dots \text{⑥}$$

が成り立つ。⑥式より

$$[1 - KC(s)]U(s) = KR(s) - KY(s)$$

となり,

$$U(s) = \frac{KR(s) - KY(s)}{1 - KC(s)}$$

が得られる。これを⑤式に代入し, $U(s)$ を消去すると,

$$Y(s) = G(s) \frac{KR(s) - KY(s)}{1 - KC(s)}$$

これを $Y(s)$ について解くと,

$$Y(s) = \frac{KG(s)}{1 - KC(s) + KG(s)} R(s)$$

が得られる。

上式に, $C(s) = \frac{1}{s}(e^{-Ls} - 1)$, $G(s) = \frac{1}{s}e^{-Ls}$ を代入すると,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K}{s}e^{-Ls}}{1 - \frac{K}{s}(e^{-Ls} - 1) + \frac{K}{s}e^{-Ls}} = \frac{Ke^{-Ls}}{s - Ke^{-Ls} + K + Ke^{-Ls}} = \frac{K}{s + K}e^{-Ls} \quad \dots\dots \text{⑦}$$

となる。

(4) 図 3 の制御系を安定にする K の範囲

上記 (3) で得られた⑦式の入出力関係から, 安定性はむだ時間 L にはよらないので, (1) と同様に, フィードバック制御系の特性根は $s = -K$ となり, $K > 0$ ならば特性根が s 平面の左半面に存在することになり安定となる。したがって, 図 3 の制御系を安定にする K は, $K > 0$ である。