

●平成21年度第二種電気主任技術者二次試験標準解答

配点：一題当たり 30 点

電力・管理科目 4 題× 30 点＝ 120 点

機械・制御科目 2 題× 30 点＝ 60 点

<電力・管理科目>

[問 1 の標準解答]

(1) 水車の出力と有効落差の関係

・流水の速度  $v$  は

$$v = k\sqrt{2gH} \quad [\text{m/s}]$$

・水車の流量  $Q$  は

$$Q = A \times v = A \times k\sqrt{2gH} \quad [\text{m}^3/\text{s}]$$

・水車の出力  $P$  は

$$P = g \times Q \times H \times \frac{\eta}{100} [\text{kW}]$$

・上式に  $Q$  を代入すると

$$\begin{aligned} P &= g \times Q \times H \times \frac{\eta}{100} = g \times A \times k\sqrt{2gH} \times H \times \frac{\eta}{100} \\ &= \sqrt{2} \times A \times k \times \frac{\eta}{100} \times \sqrt{g} \times g \times \sqrt{H} \times H \\ &= \sqrt{2} \times A \times k \times \frac{\eta}{100} \times g^{3/2} \times H^{3/2} \quad [\text{kW}] \end{aligned}$$

(2) (1) より水位変化前後の有効落差，最大出力を  $H_1$ ， $P_1$  及び  $H_2$ ， $P_2$  とすれば

$$\frac{P_1}{P_2} = \left( \frac{H_1}{H_2} \right)^{3/2} \quad \text{であるから} \quad P_2 = P_1 \times \left( \frac{H_2}{H_1} \right)^{3/2}$$

より

$$P_2 = 8\,000 \times \left( \frac{81}{100} \right)^{3/2} = 5\,832 \approx 5\,830 \quad [\text{kW}]$$

[問 2 の標準解答]

- (1) 三相回路において、送電端線間電圧を  $V_s$ 、受電端線間電圧  $V_r$  とすると、次式のような関係で表される。

$$V_s = V_r + \sqrt{3}I(R \cos\theta + X \sin\theta)$$

$$\therefore V_r = V_s - \sqrt{3}I(R \cos\theta + X \sin\theta)$$

AB 間の抵抗及びリアクタンスを  $R_{AB}$ 、 $X_{AB}$  とすると、

$$R_{AB} = 0.4[\Omega/\text{km}] \times 2[\text{km}] = 0.8[\Omega]$$

$$X_{AB} = 0.3[\Omega/\text{km}] \times 2[\text{km}] = 0.6[\Omega]$$

A 点、B 点の線間電圧をそれぞれ  $V_A$ 、 $V_B$  とすると、AB 間には 200 [A] の電流が流れることから、

$$V_B = V_A - \sqrt{3} \times 200 \times (0.8 \times 0.8 + 0.6 \times 0.6) = 6600 - 346 = 6254[\text{V}] \rightarrow 6250[\text{V}]$$

同様に、BC 間の抵抗及びリアクタンスを  $R_{BC}$ 、 $X_{BC}$  とすると、

$$R_{BC} = 0.4[\Omega/\text{km}] \times 4[\text{km}] = 1.6[\Omega]$$

$$X_{BC} = 0.3[\Omega/\text{km}] \times 4[\text{km}] = 1.2[\Omega]$$

B 点、C 点の線間電圧をそれぞれ  $V_B$ 、 $V_C$  とすると、BC 間には 100 [A] の電流が流れることから、

$$V_C = V_B - \sqrt{3} \times 100 \times (1.6 \times 0.8 + 1.2 \times 0.6) = 6254 - 346 = 5908[\text{V}] \rightarrow 5910[\text{V}]$$

- (2) C 点に進相コンデンサをつないだ時には、

$$V_B = V_A - 346 - \sqrt{3} \times 60 \times (-0.6 \times 1) = 6600 - 346 + 62 = 6316[\text{V}] \rightarrow 6320[\text{V}]$$

$$V_C = V_B - 346 - \sqrt{3} \times 60 \times (-1.2 \times 1) = 6316 - 346 + 125 = 6095[\text{V}] \rightarrow 6100[\text{V}]$$

- (3) 進相コンデンサ設置前の線路損失は、3 相分を合計すると、

$$3 \times [(200^2 \times 0.8) + (100^2 \times 1.6)] = 144[\text{kW}]$$

コンデンサ設置後の AB 間の電流は、

$$\sqrt{(200 \times 0.8)^2 + (200 \times 0.6 - 60)^2} = \sqrt{29200}[\text{A}]$$

同様に BC 間の電流は、

$$\sqrt{(100 \times 0.8)^2 + (100 \times 0.6 - 60)^2} = \sqrt{6400}[\text{A}]$$

それゆえ、コンデンサを設置した後の線路損失は、

$$3 \times \left[ \left( \sqrt{29200^2} \times 0.8 \right) + \left( \sqrt{6400^2} \times 1.6 \right) \right] = 101 [\text{kW}]$$

$$\therefore \frac{\text{コンデンサ設置後の損} \quad 101}{\text{コンデンサ設置前の損} \quad 144} = 0.701$$

進相コンデンサを設置することで、30%損失が削減される。

[問3の標準解答]

- (1) 接触電圧許容値を  $E$  [V] とすると、接地電位上昇値を接触電圧許容値の  $\alpha$  倍以下に収めることから次式が成り立つ。

$$R \cdot I_E \leq \alpha \cdot E$$

上式より、所要接地抵抗  $R$  は次式のとおり表すことができる。

$$R \leq \frac{\alpha \cdot E}{I_E} \quad \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

また、接触電圧許容値  $E$  は次式のとおり表すことができる。(この場合、両足で立っている、より過酷な条件とする。)

$$E = \left( R_K + \frac{R_F}{2} \right) I_K = (1000 + 1.5\rho_s) \frac{0.116}{\sqrt{t}}$$
$$= \frac{116 + 0.174\rho_s}{\sqrt{t}} \quad \dots \dots \dots \textcircled{2}$$

②式を①式に代入すると、

$$R \leq \frac{\alpha}{I_E} \cdot \frac{116 + 0.174\rho_s}{\sqrt{t}}$$
$$\leq \frac{\alpha(116 + 0.174\rho_s)}{I_E \sqrt{t}} \text{ [\Omega]}$$

- (2) 地表面に固有抵抗が高い敷砂利の層を設け、人体の足と大地間の接触抵抗を増加させることにより、人体に加わる歩幅電圧、接触電圧の許容値を上げることができる。

[問4の標準解答]

1. 電池電力貯蔵

動作原理

- ・交流電力エネルギーを直流に変換し、化学物質の持つ化学エネルギーとして貯蔵する。

蓄えられたエネルギーは直流電力として出力されるため、交流電力に変換して系統に供給する。電池には、鉛電池、ナトリウム-硫黄(NaS)電池、亜鉛-臭素電池、レドックスフロー形電池、リチウムイオン電池などがある。

特徴

- ・電池の容積当たりのエネルギー密度が高く、小型化しやすい。
- ・交直変換器や一部の電池は既存技術であり、実現しやすい。
- ・設置場所の制約が少なく、設置に要する期間が短い。
- ・電池の設置場所を確保できれば、大容量化も可能である。
- ・電池によっては、温度管理、電解液管理などの保守が必要である。
- ・電池に寿命がある。

2. フライホイール電力貯蔵

動作原理

- ・交流電力エネルギーでフライホイールを回し、回転エネルギーとして貯蔵する。エネルギー貯蔵量の変化に伴いフライホイールの回転数が変化するため、周波数変換器を用いてエネルギー授受を行う。

特徴

- ・容積当たりのエネルギー密度が高く、小型化しやすい。
- ・機械的な制約などから貯蔵容量は中容量以下となる。
- ・軸受けの低損失化のため、超電導磁気軸受けが開発されている。

3. 超電導エネルギー貯蔵(SMES)

動作原理

- ・交流電力エネルギーを直流に変換し、超電導コイルの磁気エネルギーの形で貯蔵する。

## 特徴

- ・超電導コイルを用いるため、コイルでの損失は零となる。
- ・応答速度が速い。
- ・冷却のための冷凍機と交直変換器の損失が全体の損失となる。
- ・冷凍機の電力などが必要なため、高効率化のためには大容量の装置が必要となる。
- ・装置の容積当たり貯蔵エネルギー密度は大きい。

## 4. キャパシタ貯蔵

### 動作原理

- ・交流電力エネルギーを直流に変換し、電解コンデンサ、電気2重層キャパシタ等の大容量キャパシタに静電エネルギーとして貯蔵する。

### 特徴

- ・応答速度が速く、容積の割に取り扱える電力が大きい。
- ・容積当たりのエネルギー密度は他の方式に比べ小さく、エネルギー貯蔵量は小さめである。
- ・キャパシタはエネルギーの授受で端子電圧が大きく変動するため、交直変換器に工夫が必要である。
- ・短周期の負荷変動や発電量の変動吸収に適する。
- ・蓄電池に比べサイクル寿命が長い。

## 5. 圧縮空気貯蔵 (CAES)

### 動作原理

- ・交流電力エネルギーで3～6 [MPa] の圧縮空気を貯蔵し、その圧縮空気をガスタービンに供給し、電力を発生させる。

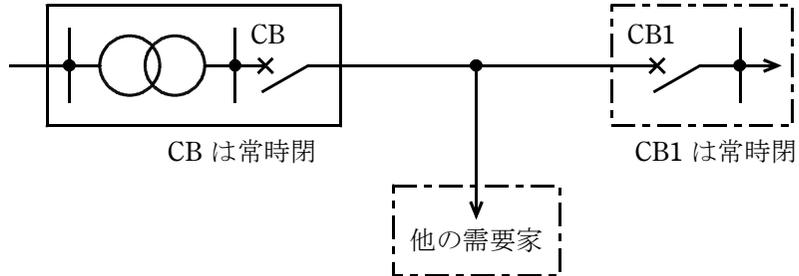
### 特徴

- ・圧縮ガスのエネルギー密度はさほど大きくない。
- ・貯蔵場所に地下空洞などを用い、大容量化が可能である。
- ・電力に変換するときは、ガスタービンに LNG などの燃料が必要なため、純粋な電力貯蔵とは異なる。

[問5の標準解答]

(1) 樹枝状方式(1回線受電方式)

1. 系統概要図

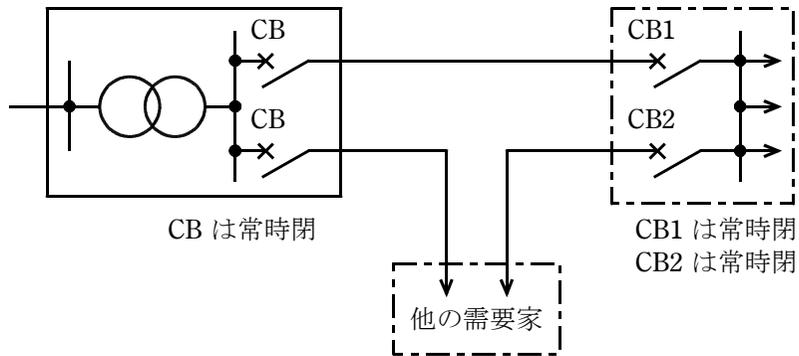


2. 特 徴 :

- ①事故時：送配電線路の事故が復旧するまで停電が継続する。
- ②保守時：送配電線路の保守時には、停電する必要がある。
- ③信頼性：4方式の中での信頼性は、最も低い。

(3) ループ方式(常時閉路ループ方式)

1. 系統概要図：

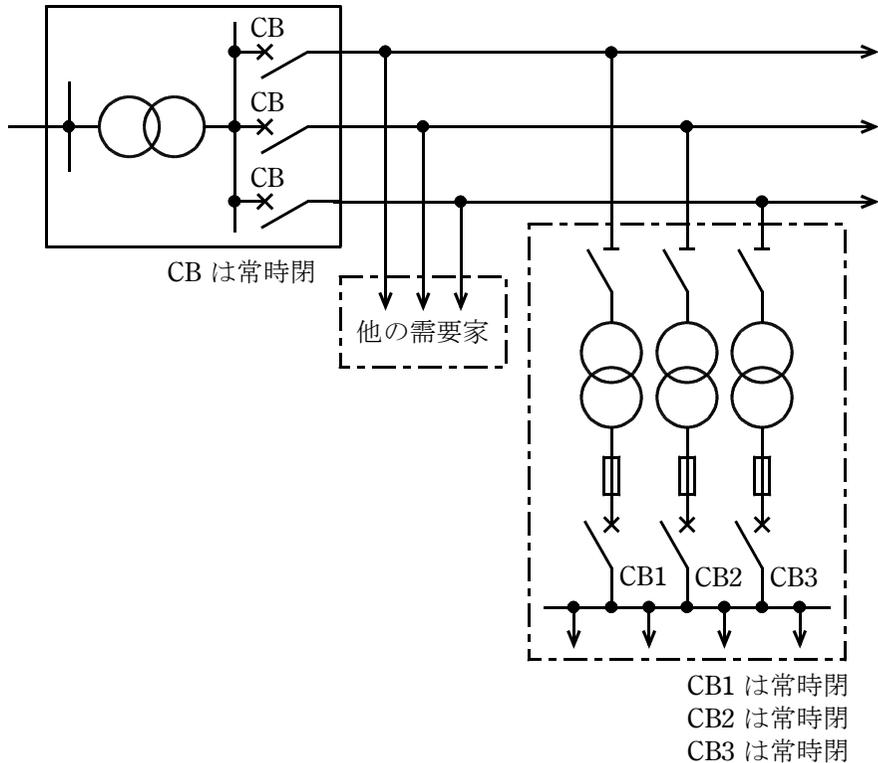


2. 特 徴：

- ①事故時：常時 2 回線受電であるため、送配電線路の事故時には、事故点を除去するために一方の受電用遮断器は開放するが、停電や負荷抑制の必要がない。また、事故時の停電に伴う受電用遮断器の開放及び投入は、自動的に行われるので運転管理が容易である。
- ②保守時：常時 2 回線受電であるため、送配電線路の保守時には、一方の受電用遮断器を開放して保守区間を停止するが、停電や負荷抑制の必要がない。また、保守時の受電用遮断器の開放及び投入操作は、電気事業者と連絡をとりながら行う。
- ③信頼性：4 方式の中での信頼性は、スポットネットワーク方式と並んで最も高い。

(4) スポットネットワーク方式(スポットネットワーク受電方式)

1. 系統概要図：

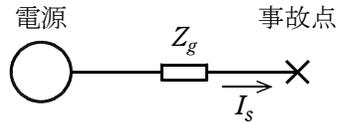


2. 特徴：

- ①事故時：送配電線路の1回線事故又は受電用変圧器の1バンク事故の場合にも停電しない。停電や負荷抑制の必要がない。また、停止、復旧に伴う受電用変圧器二次側遮断器の開放及び投入は、自動的に行われるので運転管理が容易である。
- ②保守時：送配電線路の保守時には、1回線ずつ停止して作業できるので、停電や負荷抑制の必要がない。また、停止、復旧に伴う受電用変圧器二次側遮断器の開放及び投入は、自動的に行われるので運転管理が容易である。
- ③信頼性：4方式の中での信頼性は、ループ方式と並んで最も高い。

[問 6 の標準解答]

(1)



事故点から電源側をみた%インピーダンスが% $Z_g$ であるとき，事故点の三相短絡電流  $I_s$  は下式で表される。

$$\begin{aligned}
 I_s &= \frac{100}{\%Z_g} \times I_B \\
 &= \frac{100}{\%Z_g} \times \frac{P_B}{V_B \times \sqrt{3}} \quad \dots\dots\dots \text{①}
 \end{aligned}$$

ここで， $I_B$  は単位法電流基準値， $P_B$  は単位法電力基準値， $V_B$  は単位法電圧基準値である。

変電所 A から変電所 C ～発電所をみたインピーダンスは，

$$25.0 + 12.0 + 1.0 + 10.0 + 2.0 = 50.0 \text{ [\%]}$$

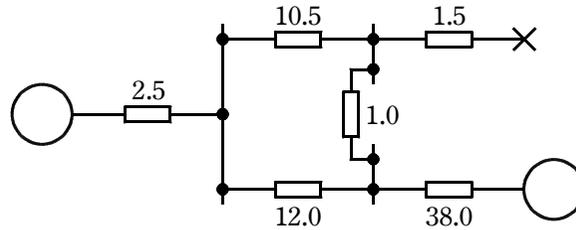
需要の受電点から系統側をみたインピーダンスは，

$$1.5 + 10.0 + 0.5 + \frac{1}{\frac{1}{2.5} + \frac{1}{50.0}} = 14.380 \text{ [\%]}$$

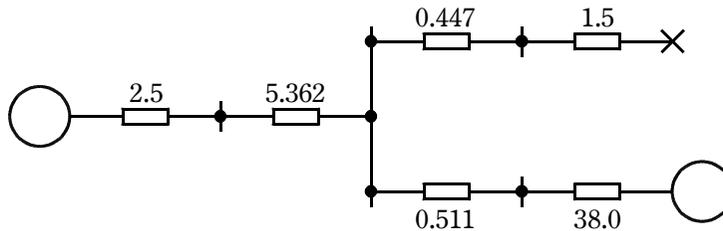
このインピーダンスを電源とする三相短絡電流は，①式より，

$$\frac{100}{14.380 \text{ [\%]}} \times \frac{100 \text{ [MV}\cdot\text{A]}}{66 \text{ [kV]} \times \sqrt{3}} = 6.0832 \rightarrow 6.08 \text{ [kA]}$$

(2) 線路・電源回路を簡略化すると、下図のようになる。



変電所 A-B-C のループ回路を  $\Delta$ -Y 変換して、



$$\frac{10.5 \times 12.0}{10.5 + 12.0 + 1.0} = 5.362$$

$$\frac{1.0 \times 10.5}{10.5 + 12.0 + 1.0} = 0.447$$

$$\frac{12.0 \times 1.0}{10.5 + 12.0 + 1.0} = 0.511$$

需要の受電点から系統側をみたインピーダンスは、

$$1.5 + 0.447 + \frac{1}{\frac{1}{2.5 + 5.362} + \frac{1}{0.511 + 38.0}} = 1.947 + \frac{1}{\frac{1}{7.862} + \frac{1}{38.511}} = 8.476 \text{ [\%]}$$

この正相インピーダンスを電源とする三相短絡電流は、

$$\frac{100}{8.476} \times \frac{100}{66 \times \sqrt{3}} = 10.320 \rightarrow 10.3 \text{ [kA]}$$

< 機械・制御科目 >

[問 1 の標準解答]

(1) 減衰時定数

誘導電動機回転子に鎖交する磁束の減衰時定数  $T_o$  (開路時定数) は、次式で計算される。

$$T_o = \frac{L_m + L_2}{r_2} = \frac{\omega_0 L_m + \omega_0 L_2}{\omega_0 r_2} = \frac{20.4 + 0.501}{377 \times 0.0198} = 2.8000 \rightarrow 2.80 \text{ [s]}$$

(2) 残留電圧の大きさ

残留電圧の大きさは問題文の式より、波形の大きさ  $V_a(t)$  を比較して次のように計算される。

$$\begin{aligned} \frac{V_a\left(\frac{T_o}{2}\right)}{V_a(0)} &= \frac{\omega_m L_m I_{20} e^{-\frac{T_o}{2T_o}}}{\omega_{m0} L_m I_{20}} = \left(\frac{\omega_m}{\omega_{m0}}\right) e^{-\frac{1}{2}} = 0.8 \times e^{-\frac{1}{2}} = 0.8 \times \frac{1}{\sqrt{e}} \\ &= 0.8 \times \frac{1}{1.6486} = 0.48526 \end{aligned}$$

ここで、 $\omega_{m0}$  は遮断器開放直後の回転子角速度である。

これより、時刻  $\frac{T_o}{2}$  [s] における残留電圧の大きさは、遮断器開放直後の電圧の大きさの 0.485 倍となる。

### (3) 残留電圧の様相

進相コンデンサの静電容量を  $C$  [F] , 残留電圧の大きさと周波数をそれぞれ  $V$  [V] と  $f$  [Hz] とすると,

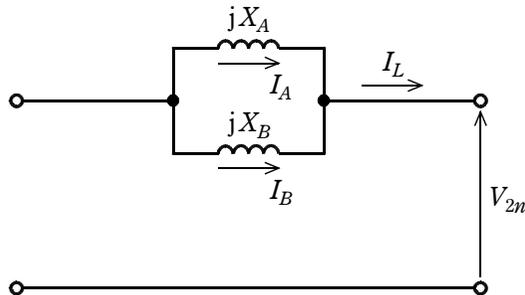
$$I_C = 2\pi f CV \text{ [A]}$$

の大きさの進相電流が誘導電動機へ供給される。この進相電流は誘導電動機の回転子電流による磁束の増加を生じて電圧を上昇させるので、進相コンデンサがない場合よりも残留電圧は上昇傾向を示し、やがて減衰していく。

進相コンデンサ容量が大きすぎる場合には、異常に高い電圧になる場合があるので注意が必要である。これを自己励磁現象という。一般に、進相コンデンサ電流が誘導電動機の無負荷電流以下となるように進相コンデンサ容量を選定すれば、自己励磁現象の発生は防止できる。

[問2の標準解答]

(1) 百分率リアクタンス降下



図は並行運転時の等価回路である。ただし、励磁回路は無視している。

66 [kV] / 6.6 [kV], 20 [MV·A] を基準として、単位法で表した変圧器 A, B のリアクタンスを  $X_A, X_B$ , 電流を  $I_A, I_B$ , 負荷電流を  $I_L$ , 定格二次電圧を  $V_{2n}$  とすると,

$$jX_A \dot{I}_A = jX_B \dot{I}_B \quad [\text{p.u.}] \quad \dots\dots\dots ①$$

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B = \dot{I}_L \quad [\text{p.u.}] \quad \dots\dots\dots ②$$

となり、①式及び②式から、 $\dot{I}_A, \dot{I}_B$  及び  $\dot{I}_L$  は同相である。したがって、各変圧器の分担電流の大きさは、

$$I_A = \frac{X_B}{X_A + X_B} I_L \quad [\text{p.u.}] \quad \dots\dots\dots ③$$

$$I_B = \frac{X_A}{X_A + X_B} I_L \quad [\text{p.u.}] \quad \dots\dots\dots ④$$

となる。④式の両辺に  $V_{2n} (= 1 [\text{p.u.}])$  及び基準容量 20 [MV·A] をかけると、

$$V_{2n} I_B \times 20 = \frac{X_A}{X_A + X_B} V_{2n} I_L \times 20 \quad [\text{MV}\cdot\text{A}] \quad \dots\dots\dots ⑤$$

ここで、 $V_{2n} I_B \times 20$  [MV·A] は変圧器 B の分担電力、 $V_{2n} I_L \times 20$  [MV·A] は負荷電力であるから、これらをそれぞれ  $S_B, S_L$  とすると、

$$S_B = \frac{X_A}{X_A + X_B} S_L \quad [\text{MV}\cdot\text{A}] \quad \dots\dots\dots ⑥$$

となる。⑥式から、 $X_B$ を求めると、

$$X_B = X_A \left( \frac{S_L}{S_B} - 1 \right) \text{ [p.u.]}$$

$S_L = 22.5$  [MV·A] となったとき、 $S_B$ が定格容量、つまり  $S_B = 10$  [MV·A] となる。また、 $X_A = 0.12$  [p.u.] であるから、

$$X_B = 0.12 \times \left( \frac{22.5}{10} - 1 \right) = 0.15 \text{ [p.u.]}$$

これは、20 [MV·A] 基準なので、変圧器 B の自己容量 10 [MV·A] 基準の百分率リアクタンス降下を  $q_B$  [%] とすると、

$$q_B = X_B \times \frac{10}{20} \times 100 = 0.15 \times 0.5 \times 100 = 7.5 \text{ [%]}$$

## (2) 電圧変動率

定格二次電圧で負荷電力  $S_L = 22.5$  [MV·A] を供給したときの二次側に換算した一次電圧を求めればよい。そのためには、変圧器 A 又は B の電圧降下から求められる。

ここでは、変圧器 B から求める。66 [kV] / 6.6 [kV]、20 [MV·A] を基準として、単位法で表した変圧器 B の電流を  $I_B$ 、負荷時の電圧  $V_{2n} = 1$  [p.u.]、無負荷時の電圧を  $V_{20}$  とすると、

$$\dot{V}_{20} = V_{2n} + jX_B \dot{I}_B$$

となり、 $I_B$  [p.u.] は変圧器 B の分担電力が  $S_B = 10$  [MV·A] であるから、

$$I_B = \frac{1}{V_{2n}} \cdot \frac{S_B}{20} = 0.5 \text{ [p.u.]}$$

したがって、

$$\dot{I}_B = I_B (0.8 - j0.6) = 0.4 - j0.3 \text{ [p.u.]}$$

$$V_{20} = |1 + j0.15(0.4 - j0.3)| = |1.045 + j0.06| = 1.0467 \text{ [p.u.]}$$

これより、電圧変動率は

$$\varepsilon = \frac{V_{20} - V_{2n}}{V_{2n}} \times 100 = \frac{1.0467 - 1}{1} \times 100 = 4.67 \text{ [%]}$$

〔(2)の別解〕

変圧器 B は定格状態にあるので、これから電圧変動率を求める。百分率抵抗降下を  $p_B$ 、力率を  $\cos\varphi$  とすれば、電圧変動率  $\varepsilon$  として、次式が適用できる。

$$\varepsilon = p_B \cos\varphi + q_B \sin\varphi + \frac{1}{200}(q_B \cos\varphi - p_B \sin\varphi)^2 \quad [\%]$$

ただし、JEC-2200 によると、百分率インピーダンス降下が 4 [%] 以下では第 3 項は無視してよいとあるが、本問では 7.5 [%] であるから第 3 項も考慮する。

$p_B = 0$ 、 $\cos\varphi = 0.8$ 、 $\sin\varphi = 0.6$  を代入すると、

$$\varepsilon = 7.5 \times 0.6 + \frac{1}{200}(7.5 \times 0.8)^2 = 4.68 \quad [\%]$$

[問3の標準解答]

(1) サイリスタ変換器の直流電圧平均値の極性

力行モードにおいて、電圧  $V_{d1}$  [V] の極性は正、電圧  $V_{d2}$  [V] の極性も図示する方向に対しては正であり、回生モードにおいて、電圧  $V_{d1}$  [V] の極性は負、電圧  $V_{d2}$  [V] の極性も負である。

(2) 直流電圧平均値

例として、交流電源側サイリスタ変換器について、制御遅れ角  $\alpha_1$  [rad] で運転したときの直流電圧平均値  $V_{d1}$  [V] を求める。図1に示された極性を正として、交流電源電圧(線間電圧)  $v_{ab}$ ,  $v_{bc}$ ,  $v_{ca}$  の実効値を  $V_1$  [V] とすれば、直流電圧平均値  $V_{d1}$  [V] は、以下の式となる。これは、図2の位相  $\frac{\pi}{3}$  [rad] で二つの正弦波が重なるタイミングが制御遅れ角  $0$  [rad] となり、制御遅れ角  $\alpha_1$  [rad] で通電を開始して、三相フルブリッジ変換器であるので通電期間が  $\frac{\pi}{3}$  [rad] で周期的となる波形となるので、 $\frac{\pi}{3} + \alpha_1$  から  $\frac{2\pi}{3} + \alpha_1$  における電圧の平均値として求まる。

$$V_{d1} = \frac{1}{\pi} \int_{(\pi/3)+\alpha_1}^{(2\pi/3)+\alpha_1} (\sqrt{2}V_1 \sin \omega t) d(\omega t) = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} V_1 \cos \alpha_1$$

負荷側サイリスタ変換器では、電圧  $V_{d2}$  [V] の極性が逆にとられていることと、線間電圧  $v_2$  の実効値は  $V_2$  [V] であること、そして制御進み角  $\beta_2$  [rad] を使用しているので  $\alpha_1$  [rad] に  $\pi - \beta_2$  [rad] を代入すると、以下の式となる。

$$V_{d2} = -\frac{3\sqrt{2}}{\pi} V_2 \cos(\pi - \beta_2) = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} V_2 \cos \beta_2$$

(3) 有効電力平均値

負荷側サイリスタ変換器の損失を零としているので、力行モードで負荷に供給している有効電力の平均値  $P_2$  [W] は直流回路の一定電流  $I_d$  [A] と図示する方向を正の極性とした電圧平均値  $V_{d2}$  [V] の積である直流電力と等しくなる。したがって、以下の式となる。

$$P_2 = I_d V_{d2}$$

(2)の解答を代入すると、

$$P_2 = I_d \frac{3\sqrt{2}}{\pi} V_2 \cos \beta_2$$

となる。

[問 4 の標準解答]

(1)  $U(s)$  から  $Y(s)$  までの伝達関数

図より,

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{1}{1 + \frac{K_2 s}{s(s+1)(s+5)}} U(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+5) + K_2 s} U(s) \\ &= \frac{1}{s(s^2 + 6s + K_2 + 5)} U(s) \quad \dots\dots\dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

したがって,  $U(s)$  から  $Y(s)$  までの伝達関数は,  $\frac{1}{s(s^2 + 6s + K_2 + 5)}$  となる。

(2)  $R(s)$  から  $Y(s)$  までの伝達関数

図と①式より,

$$Y(s) = \frac{\frac{K_1}{s(s^2 + 6s + K_2 + 5)}}{1 + \frac{K_1}{s(s^2 + 6s + K_2 + 5)}} R(s) = \frac{K_1}{s^3 + 6s^2 + (K_2 + 5)s + K_1} R(s) \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

したがって,  $R(s)$  から  $Y(s)$  までの伝達関数は,  $\frac{K_1}{s^3 + 6s^2 + (K_2 + 5)s + K_1}$  と  
なる。

(3) 安定となるための条件及び安定限界における持続振動の角周波数

上記(2)の結果より、フィードバック制御系の特性方程式は、

$$s^3 + 6s^2 + (K_2 + 5)s + K_1 = 0$$

となり、ラウスの安定判別法を適用する。

$$\begin{array}{r|ll} s^3 & 1 & K_2 + 5 \\ s^2 & 6 & K_1 \\ s^1 & \frac{6(K_2 + 5) - K_1}{6} & 0 \\ s^0 & K_1 & \end{array}$$

より、安定条件は、

$$0 < K_1 \leq 6(K_2 + 5) \quad \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

となる(等号は安定限界)。

また、安定限界においては、

$$K_1 = 6(K_2 + 5)$$

が成り立つので、これを上記の特性多項式に代入すると、

$$s^3 + 6s^2 + (K_2 + 5)s + 6(K_2 + 5) = 0$$

となる。安定限界のとき持続振動が発生するが、その角周波数を  $\omega_c$  とすると、

上記の特性方程式は、特性根  $s = \pm j\omega_c$  をもつことから、 $s = j\omega_c$  を代入すると

$$-j\omega_c^3 - 6\omega_c^2 + (K_2 + 5)j\omega_c + 6(K_2 + 5) = 0$$

となり、実数部と虚数部がともに零となることから  $\omega_c$  が満たす条件を求めると

と

$$\text{実数部} : 6(K_2 + 5) - 6\omega_c^2 = 0, \quad \text{虚数部} : j\omega_c[(K_2 + 5) - \omega_c^2] = 0$$

となる。これを解くと、

$$\omega_c = \sqrt{K_2 + 5} \quad \dots\dots\dots \textcircled{4}$$

が得られる。

(4) 定常速度偏差

目標値  $R(s)$  から偏差  $E(s)$  までの伝達関数を求めると,

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + \frac{K_1}{s(s^2 + 6s + K_2 + 5)}} = \frac{s(s^2 + 6s + K_2 + 5)}{s^3 + 6s^2 + (K_2 + 5)s + K_1}$$

となる。また、目標値  $R(s)$  は,

$$R(s) = \frac{1}{s^2}$$

である。以上より、最終値の定理を用いることによって、定常速度偏差は,

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left[ \frac{1}{1 + \frac{K_1}{s(s^2 + 6s + K_2 + 5)}} \cdot \frac{1}{s^2} \right] \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s \left[ \frac{s(s^2 + 6s + K_2 + 5)}{s^3 + 6s^2 + (K_2 + 5)s + K_1} \cdot \frac{1}{s^2} \right] = \frac{K_2 + 5}{K_1} \quad \dots\dots \textcircled{5} \end{aligned}$$

となる。

(5)

- a.  $K_1$  を固定して  $K_2$  を大きくすると、 $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$  のゲインが低下する。  
このとき、一巡伝達関数  $K_1G(s)$  のゲインが低下するので、フィードバック制御系の速応性が低下する。一方、⑤式から定常速度偏差が増大するため、定常特性は劣化する。
- b. ③式からわかるように、 $K_1$  を大きくして  $6(K_2 + 5)$  の安定限界に近づくとつれて振動的になり減衰特性が損なわれる。さらに、⑤式からわかるように定常特性は改善される。