令和元年度第二種電気主任技術者二次試験 標準解答

配点:一題当たり30点

電力・管理科目 4題×30点=120点

機械・制御科目 2題×30点= 60点

<電力・管理科目>

[間1の標準解答]

接続されている代表的な負荷と理由は次のとおり。

- ターニングギア電動機
- (理由)ユニット停止後もタービン車室は高温であり、タービンロータが熱により偏心することを防止するため、一定時間はターニング装置でロータを 回転させておく必要がある。
- ・発電機(水素)密封油ポンプ電動機
- (理由)発電機機内は冷却のために水素が封入されており、機外へ漏れ出すこと がないように、機内圧を下げて水素を抜き取るまでロータ軸封部には油 を供給し続ける必要がある。

[間2の標準解答]

(1) 送電線を流れる電流 I は、単位法を用いる場合、下式で与えられる。

$$\begin{split} \dot{I} &= \frac{V_{\mathrm{s}} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta} - V_{\mathrm{r}}}{\mathrm{j}X} = \frac{V_{\mathrm{s}} \cos \delta + \mathrm{j}V_{\mathrm{s}} \sin \delta - V_{\mathrm{r}}}{\mathrm{j}X} \\ &= \frac{1}{X} V_{\mathrm{s}} \sin \delta - \mathrm{j}\frac{1}{X} \left(V_{\mathrm{s}} \cos \delta - V_{\mathrm{r}}\right) \end{split}$$

したがって、複素電力は次式となり,

$$\begin{split} P + \mathrm{j}Q &= \dot{V}_\mathrm{r} \, \overline{\dot{I}} = V_\mathrm{r} \, \overline{\dot{I}} \\ &= \frac{1}{X} V_\mathrm{s} V_\mathrm{r} \, \sin \delta + \mathrm{j} \frac{1}{X} \Big(V_\mathrm{s} V_\mathrm{r} \cos \delta - V_\mathrm{r}^2 \Big) \end{split}$$

つまり答えは次式のとおりとなる。

$$P = \frac{1}{X} V_{\rm s} V_{\rm r} \sin \delta \qquad \cdots \qquad \boxed{1}$$

$$\cdots \qquad \boxed{\$}$$

$$Q = \frac{1}{X} \left(V_{s} V_{r} \cos \delta - V_{r}^{2} \right) \quad \cdots \quad 2$$

(2) 与えられた条件を①, ②式に代入すると,

$$0.5 = \frac{1}{0.5} V_{\rm r} \sin \delta$$
$$0 = \frac{1}{0.5} \left(V_{\rm r} \cos \delta - V_{\rm r}^2 \right)$$

となるため、次式が得られる。 $V_r \neq 0$ なので、

a)
$$V_{\rm r} = \frac{0.25}{\sin\delta}$$
 · · · · · (答)

c) ④式を③式に代入すると,

$$\sin \delta \cos \delta = 0.25$$

となるため,

となる。⑤式より $0^{\circ} \le \delta < 45^{\circ}$ を考慮すれば、

$$2\delta=30^{\circ}$$

となる。また⑤式より、

$$\cos 2\delta = \sqrt{1 - 0.5^2} = 0.866 \, 0$$

となり、 $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ を用いれば、

$$\cos^2 \delta = \frac{1.866}{2}$$

$$\cos \delta = 0.966$$

となる。④式より,

$$V_r = 0.966 \, \text{p.u.}$$
 ··· (答)

となる。

[間3の標準解答]

- (1) 面積 abcd: 加速エネルギー, 面積 defg: 減速エネルギー
- (2) 面積abcdと面積dehが等しくなる場合が過渡安定性を維持できる限界となる。
- (3) 電力相差角曲線の電力の最大値は、電源と無限大母線の間のリアクタンスに 反比例する。開閉所設置前の事故除去後のリアクタンスは $X_{\rm t}$,開閉所設置後の 事故除去後のリアクタンスは $\frac{X_{\rm t}}{2} + \frac{X_{\rm t}}{2} \div 2 = \frac{3X_{\rm t}}{4}$ であるから、電力相差角曲線の 電力の最大値は $\frac{4}{2}$ 倍となる。
- (4) 加速エネルギーは開閉所設置前と変わらないが、事故除去後に位相角がある 値に至るまでの減速エネルギーは開閉所設置前より増加することから、過渡安 定性が向上する。
- (5) 遅れの無効電力を系統側に注入することで、系統の電圧が上昇することから、 事故除去後の電力相差角曲線が P 軸の正方向に大きくなる。加速エネルギーは 変わらないが、事故除去後に位相角がある値に至るまでの減速エネルギーは小 間(3)のときより増加することから、位相角δの最大値は小さくなる。

[間4の標準解答]

- (1) 以下の項目から3項目記載されていればよい。
 - ・配電電圧を格上げする(昇圧)。
 - ・力率改善用コンデンサを設置する。
 - 負荷電流の不平衡を是正する。
 - ・電線の太線化
 - ・回線数を増加する。(複線化、ネットワーク化、単相3線方式の採用など)
 - ・低損失の柱上変圧器を適用

など

(2)

a) 図 1 より①式が成り立つことから、A 点からx 点だけ離れた地点の線路電流 I_x は、②式で求められる。

$$\frac{I_{s}}{L} = \frac{I_{x}}{L - x} \qquad (1)$$

$$\therefore I_{x} = I_{s} \cdot \frac{L - x}{L} \cdot \dots$$
 (\(\frac{1}{12}\)\)

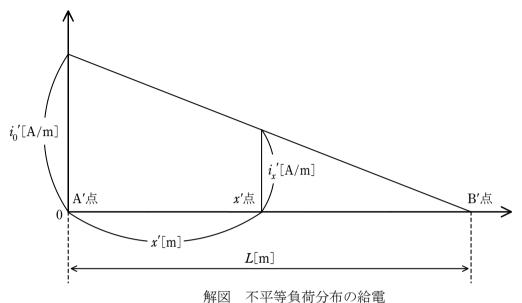
配電線の単位長当たりの線路抵抗は $r[\Omega/m]$ であり、配電線路の線路特性は均一であるため、電線1線当たりの電力損失 W_{1x} は、次式で与えられる。

$$\begin{split} W_{1x} &= \int_{0}^{L} I_{x}^{2} \cdot r \mathrm{d}x = \int_{0}^{L} \left(I_{s} \cdot \frac{L - x}{L} \right)^{2} \cdot r \mathrm{d}x \\ &= \frac{I_{s}^{2} \cdot r}{L^{2}} \int_{0}^{L} \left(L - x \right)^{2} \mathrm{d}x = \frac{I_{s}^{2} \cdot r}{L^{2}} \left[L^{2}x - Lx^{2} + \frac{x^{3}}{3} \right]_{0}^{L} \\ &= \frac{I_{s}^{2} \cdot r}{L^{2}} \left(L^{3} - L^{3} + \frac{L^{3}}{3} \right) = \frac{I_{s}^{2} \cdot L \cdot r}{3} \end{split}$$

ゆえに、単相 2 線式の低圧配電系統における全区間の電力損失 W_{2x} は、次式のとおりとなる。

$$W_{2x} = 2 \cdot \frac{I_s^2 \cdot L \cdot r}{3} = \frac{2}{3} I_s^2 \cdot L \cdot r \left[\mathbf{W} \right] \cdots (\stackrel{\text{res}}{\cong})$$

b) 解図より、A'点からx'点だけ離れた地点の負荷電流密度 i_x' は、始端の負荷電流密度 i_0' を用いて次式で表される。



$$i_x' = \frac{L - x'}{L} \cdot i_0' [A/m] \cdots (\stackrel{\text{e}}{\cong})$$

x'点の線路電流 I_x' は、次式で表される。

$$\begin{split} I_{x}' &= \int_{x'}^{L} i_{x}' dx' = \frac{i_{0}'}{L} \int_{x'}^{L} (L - x') dx' \\ &= \frac{i_{0}'}{L} \left[Lx' - \frac{1}{2} x'^{2} \right]_{x'}^{L} = \frac{i_{0}'}{2L} (L^{2} - 2Lx' + x'^{2}) \\ &= \frac{i_{0}'}{2L} (L - x')^{2} \quad \cdots (\stackrel{\langle E \rangle}{\rightleftharpoons}) \end{split}$$

配電線の単位長当たりの線路抵抗は $r[\Omega/m]$ であり、配電線路の線路特性は均一であるため、電線1線当たりの電力損失 $W_{l,r}$ は、次式で与えられる。

$$\begin{split} W_{1x'} &= \int_0^L I_{x'}^2 \cdot r \mathrm{d}x' = \int_0^L \left[\frac{i_0'}{2L} \left(L - x' \right)^2 \right]^2 \cdot r \mathrm{d}x' \\ &= \frac{r i_0'^2}{4L^2} \int_0^L \left(L - x' \right)^4 \mathrm{d}x' = \frac{r i_0'^2}{4L^2} \int_0^L \left(L^4 - 4L^3 x' + 6L^2 x'^2 - 4L x'^3 + x'^4 \right) \mathrm{d}x' \\ &= \frac{r i_0'^2}{4L^2} \left[L^4 x' - 2L^3 x'^2 + 2L^2 x'^3 - L x'^4 + \frac{1}{5} x'^5 \right]_0^L \\ &= \frac{r i_0'^2}{4L^2} \left[\frac{1}{5} L^5 \right] = \frac{r L^3}{20} i_0'^2 \end{split}$$

ゆえに、単相 2 線式の低圧配電系統における全区間の電力損失 $W_{2x'}$ は、次式のとおりとなる。

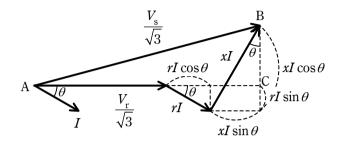
$$W_{2x'}=2\cdot rac{rL^3}{20}i_0^{'2}=rac{1}{10}i_0^{'2}\cdot L^3\cdot r[{
m W}]$$

ここで、 $I_{
m s}=rac{1}{2}Li_0^{'}$ であることから、 $i_0^{'}=rac{2I_{
m s}}{L}$ を上式に代入する。
$$W_{2x'}=rac{1}{10}\cdot \left(rac{2I_{
m s}}{L}
ight)^2\cdot L^3\cdot r=rac{2}{5}I_{
m s}^2\cdot L\cdot r[{
m W}] \qquad \cdot \cdot \cdot \cdot (答)$$

[間5の標準解答]

(1)

a) V_s , V_r を線間電圧、負荷が遅れ力率のとき、1 相分の電圧、電流のベクトルは次の図のように表される。



b) ベクトル図より,

$$\frac{V_{\rm s}}{\sqrt{3}} = \frac{V_{\rm r}}{\sqrt{3}} + (rI\cos\theta + xI\sin\theta) + j(xI\cos\theta - rI\sin\theta)$$

題意より, $\mathbf{i}(xI\cos\theta - rI\sin\theta) = 0$

よって.

$$\frac{V_{\rm s}}{\sqrt{3}} = \frac{V_{\rm r}}{\sqrt{3}} + (rI\cos\theta + xI\sin\theta)$$

受電端電圧の変化をvとすると、

$$v = -\sqrt{3}(rI\cos\theta + xI\sin\theta)$$

三相負荷の有効電力P,無効電力Qは、次式で表される。

$$P = \sqrt{3}V_{\rm r}I\cos\theta$$
$$Q = \sqrt{3}V_{\rm r}I\sin\theta$$

したがって.

$$v = -\frac{r \cdot \sqrt{3} V_{\rm r} I \cos \theta + x \cdot \sqrt{3} V_{\rm r} \sin \theta}{V_{\rm r}} = -\frac{r P + x Q}{V_{\rm r}}$$

ここで題意より、P、r、x が一定、 $r \ll x$ であることから、上式は次のように表すことができる。

$$v = -\frac{x \cdot Q}{V_{-}}$$

したがって、無効電力の変化 ΔQ と受電端の電圧変化 Δv は $\Delta v \propto -x \cdot \Delta Q$ の関係が成立する。

(2)

図 2 より、22 kV 母線から電源側を見たリアクタンス% x_2 は、

$$\%x_{22} = \frac{(\%x_1 + \%x_1) \times \%x_2}{\%x_1 + \%x_1 + \%x_2} = \frac{(0.3 + 2.0) \times 1.8}{0.3 + 2.0 + 1.8} = 1.0098\%$$

小問(1) b より、 $22\,\mathrm{kV}$ 母線の電圧変動率 $\%v_{22}$ の大きさを絶対値で表記すると、次式で表される。

$$\left| \%v_{22} \right| = \frac{|v|}{V_{22}} \times 100 = \frac{x_{22} \cdot Q_{R}}{V_{22}^{2}} \times 100$$

ここで、基準容量を P_B とおくと、

$$x_{22} = \frac{V_{22}^{2} \cdot \% x_{22}}{P_{R} \times 100}$$

したがって.

$$\left| \% v_{22} \right| = \frac{\% x_{22} \cdot Q_{R}}{P_{B}}$$

よって、 $22\,\mathrm{kV}$ 母線の電圧変動率を $2\,\%$ 以下にするためには、投入する分路 リアクトルの最大容量 Q_R は、次式のように計算される。

$$Q_{\rm R} = \left|\%v_{22}\right| \times \left(\frac{P_{\rm B}}{\%x_{22}}\right) = 2.0\,\% \times \frac{10\,{\rm MV}\cdot{\rm A}}{1.009\,8\,\%} = 19.806\,\,{\rm MV}\cdot{\rm A}$$

リアクトルの容量単位表記を Mvar とし、1 Mvar 未満を四捨五入すると、 分路リアクトルの最大容量 Q_R は、20 Mvar となる。・・・(答) <(2)の別解>(絶対値表記をしないで計算した場合)

図 2 より、22 kV 母線から電源側を見たリアクタンス% x_{22} は、

$$\%x_{22} = \frac{(\%x_1 + \%x_1) \times \%x_2}{\%x_1 + \%x_1 + \%x_2} = \frac{(0.3 + 2.0) \times 1.8}{0.3 + 2.0 + 1.8} = 1.0098\%$$

小間(1) b より、22kV 母線の電圧変動率% v_2 は、次式で表される。

ここで、基準容量を P_B とおくと、

$$x_{22} = \frac{V_{22}^{2} \cdot \% x_{22}}{P_{P} \times 100}$$

したがって.

$$v_{22} = -\frac{v_{22} \cdot Q_{R}}{P_{R}}$$

よって、 $22\,\mathrm{kV}$ 母線の電圧変動率を $2\,\%$ 以下にするためには、投入する分路 リアクトルの最大容量 Q_R は、次式のように計算される。

$$Q_{\rm R} = -\%v_{22} \times \left(\frac{P_{\rm B}}{\%x_{22}}\right) = -\left(-2.0\,\%\right) \times \frac{10\,{\rm MV}\cdot{\rm A}}{1.009\,8\,\%} = 19.806\,\,{\rm MV}\cdot{\rm A}$$

リアクトルの容量単位表記を Mvar とし、 $1\,\mathrm{Mvar}$ 未満を四捨五入すると、 分路リアクトルの最大容量 Q_R は、 $20\,\mathrm{Mvar}$ となる。・・・(答)

[間6の標準解答]

- (1) 下記の内容から、二つの技術要件が記載されていればよい。
 - ・危険表示や接近する恐れがないような措置など取扱者以外の者に対する危険防 止措置を維持する。
 - ・風車のハブ・ナセルの落下,ブレードの飛散などが発生しないように風車の構造上の安全を維持する。
 - ・タワーの倒壊などが発生しないように風車を支持する工作物の構造上の安全を 維持する。
 - ・過回転時や制御機能喪失時の自動停止等により風車の安全な状態を確保する。
 - ・雷撃防止措置等により風車の安全な状態を確保する。
 - ・圧油装置等の危険の防止を図る。

など

- (2)・突風や台風等の強風による風圧荷重のうち最大のもの
 - ・風速及び風向の時間的変化により生じる変動荷重
- (3) 設置場所の落雷条件を考慮して、レセプターを風車へ取り付ける及び雷撃によって生じる電流を風車に損傷を与えることなく安全に地中に流すことができる引下げ導体等を施設する。
- (4) 風力発電設備内部の離れた導電性部分間を直接導体又はサージ保護装置で電気的に接続することで、その部分間に雷電流により発生する電位差を低減させて 保護する。

<機械・制御科目>

[問1の標準解答]

(1) 同期速度は、極数を
$$P$$
とすると、 $N_s = \frac{120f_1}{P} = \frac{120 \times 50}{4} = 1500 \text{ min}^{-1}$ · · · · (答)

(2) 全負荷時の滑りは、
$$s = \frac{N_s - N}{N_s} = \frac{1500 - 1440}{1500} = 0.04$$
 ···(答)

(3) 全負荷時の滑り周波数は、 $sf_1 = 0.04 \times 50 = 2.00 \text{ Hz}$ ···(答)

(4) 全負荷時のトルクは,
$$T = \frac{P_o}{\omega} = \frac{5 \times 10^3}{2\pi \times \frac{1440}{60}} = 33.157 \rightarrow 33.2 \text{ N·m}$$
 · · · · (答)

(5) 全負荷時の諸量を求めると、

出力は、
$$P_0 = (1-s)P_2$$

二次入力は、
$$P_2 = \frac{P_0}{1-s} = \frac{5 \times 10^3}{1-0.04} = 5208.3 \text{ W}$$

銅損は,一次銅損と二次銅損の和であり,

$$W_{\text{cu}} = sP_2 \left(1 + \frac{r_1}{r_2'} \right) = 0.04 \times 5 \ 208.3 \left(1 + \frac{2}{5} \right) = 291.66 \ \text{W}$$

入力は、 $P_{\rm i} = P_{\rm o} + W_{\rm cu} + W_0 = 5 \times 10^3 + 291.66 + 180 = 5471.7$ W

したがって、効率は、
$$\eta = \frac{P_o}{P_e} = \frac{5 \times 10^3}{5471.7} = 0.91379 \rightarrow 91.4\%$$
 ··· (答)

[間2の標準解答]

(1) 変圧器 A 及び B の定格容量を $P_{\rm nA}$ 及び $P_{\rm nB}$, 百分率インピーダンスを % $Z_{\rm A}$ 及び % $Z_{\rm B}$ として,% $Z_{\rm B}$ を変圧器 A の定格容量 $20~{\rm MV\cdot A}$ を基準容量として換算した百分率インピーダンスを % $Z_{\rm B}'$ とすると,

$$\%Z'_{\rm B} = \frac{P_{\rm nA}}{P_{\rm nB}}\%Z_{\rm B} = \frac{20}{12} \times 5 = 8.3333\%$$

負荷容量を $P[MV\cdot A]$ とするときの変圧器 Aの負荷分担 P_A 及び変圧器 Bの負荷分担 P_B は,百分率インピーダンスの逆比に分担されるので,それぞれ次式となる。

$$P_{\rm A} = \frac{\% Z_{\rm B}'}{\% Z_{\rm A} + \% Z_{\rm B}'} P = \frac{8.3333}{4 + 8.3333} P = 0.67567 P \rightarrow 0.676 P \text{ [MV·A]} \cdots \text{ (答)}$$

$$P_{\rm B} = \frac{\%Z_{\rm A}}{\%Z_{\rm A} + \%Z_{\rm B}'} P = \frac{4}{4 + 8.3333} P = 0.32433 P \rightarrow 0.324 P \text{ [MV·A]} \cdots \text{ (答)}$$

あるいは,

$$P_{\rm B} = P - P_{\rm A} = P - 0.67567P = 0.32433P \rightarrow 0.324P$$
 [MV·A] · · · · (答)

(2) 変圧器 A 及び B の損失 P_{IA} 及び P_{IB} は、鉄損と銅損の和であるから、定格容量と 負荷分担の二乗の比を用いて表すと、

$$P_{1A} = P_{1A} + P_{cA} \left(\frac{P_{A}}{P_{nA}}\right)^{2} = 32 + 100 \left(\frac{0.675 \ 68P}{20}\right)^{2} = 32 + 0.114 \ 14P^{2}$$

$$P_{\rm IB} = P_{\rm iB} + P_{\rm cB} \left(\frac{P_{\rm B}}{P_{\rm nR}}\right)^2 = 20 + 75 \left(\frac{0.324\ 32P}{12}\right)^2 = 20 + 0.0547\ 83P^2$$

ただし、 P_{iA} 及び P_{iB} は変圧器 A 及び B の鉄損、 P_{cA} 及び P_{cB} は全負荷時の変圧器 A 及び B の銅損である。よって、両変圧器の総損失 P_{L} は、

$$P_{\rm L} = P_{\rm lA} + P_{\rm lB} = 32 + 0.114 \ 14P^2 + 20 + 0.0547 \ 83P^2$$

= 52 + 0.168 92 P^2 → 52 + 0.169 P^2 [kW] · · · · · (答)

(3) 変圧器 A 及び B を合わせた効率の最大値は、①式の鉄損と銅損が等しいときに 生じるので、このときの負荷 P は、①式から、

$$0.16892P^2 = 52$$

$$P = \sqrt{\frac{52}{0.168 \ 92}} = 17.545 \ \text{MV} \cdot \text{A}$$

となる。このときの力率が90%であるので、最大効率時の負荷有効電力 P_a は、

$$P_{2} = 0.9P = 0.9 \times 17.545 = 15.791 \rightarrow 15.8 \text{ MW} \cdots (5)$$

(4) 効率の最大値 η_{m} は,

$$\eta_{\rm m} = \frac{P_{\rm a}}{P_{\rm a} + 2(P_{\rm iA} + P_{\rm iB})} \times 100$$

$$= \frac{15.791 \times 10^3}{15.791 \times 10^3 + 2(32 + 20)} \times 100 = 99.346 \rightarrow 99.3\% \quad \cdots (\stackrel{\triangle}{\cong})$$

[間3の標準解答]

(1)
$$I_{\rm s} = \frac{P_{\rm s}}{V_{\rm s}} = \frac{4\ 000}{200} = 20\ {\rm A} \quad \cdots (2)$$

(2) 4kW 動作時に L_s に誘起する電圧の基本波実効値は,

$$X_{\rm s}I_{\rm s} = 3.5 \times 20 = 70 \text{ V } \cdots$$
(答)

である。ここで, $L_{\rm s}$ の基本波電圧と $v_{\rm s}$ は直交するので,インバータ端子電圧の基本波実効値は.

$$V_{\rm rms} = \sqrt{V_{\rm s}^2 + (X_{\rm s}I_{\rm s})^2} = \sqrt{200^2 + 70^2} = 211.90 \rightarrow 212 \text{ V}$$
 (答)

(3) $V_{\rm rms}$ の波高値は,

$$V_{\text{peak}} = \sqrt{2}V_{\text{rms}} = \sqrt{2} \times 211.90 = 299.67 \rightarrow 300 \text{ V}$$

交流電圧波高値以上のインバータ直流電圧が必要であるので、条件は、

$$V_{\rm c} \ge 300 \text{ V}$$
 ··· (答)

(4)
$$V_{\rm c} = \frac{1}{1-D}V_{\rm d} = \frac{1}{1-0.5} \times 200 = 400 \text{ V}$$
 (答)

(5) S_{d} がオンの期間は,

$$T_{\rm on} = \frac{D}{f_{\rm sw}} = \frac{0.5}{10 \times 10^3} = 50 \ \mu s$$

電流増加率は,

$$\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}t} = \frac{V_{\mathrm{d}}}{L_{\mathrm{d}}} = \frac{200}{1 \times 10^{-3}} = 200 \text{ kA/s}$$

であるので、電流リプルのピークピーク値は、

$$\frac{di_d}{dt}T_{on} = 200 \times 10^3 \times 50 \times 10^{-6} = 10 \text{ A}$$
 ... (答)

(6) 電流リプルのピークピーク値が $10\,\mathrm{A}$ であるので, i_d の平均値 I_d が $5\,\mathrm{A}$ を下回る と電流断続モードとなる。このときの電力は、

$$P_{\rm d} = V_{\rm d}I_{\rm d} = 200 \times 5 = 1 \text{ kW}$$

ここで、全ての損失は生じないものとしているので、 $P_{\rm s}=P_{\rm d}$ であるので、電流連続モードの出力電力の条件は、

$$P_{\rm s} > 1 \, {\rm kW}$$
 ・・・・(答)
となる。

[間4の標準解答]

(1) まず、内側のフィードバックループを計算する。

$$\frac{\frac{1}{s(s+2)(s+4)}}{1+\frac{K_2s}{s(s+2)(s+4)}} = \frac{1}{s(s^2+6s+K_2+8)}$$

これより、閉ループ伝達関数W(s)は、次のようになる。

$$W(s) = \frac{\frac{K_1}{s(s^2 + 6s + K_2 + 8)}}{1 + \frac{K_1}{s(s^2 + 6s + K_2 + 8)}} = \frac{K_1}{s^3 + 6s^2 + (K_2 + 8)s + K_1} \quad \cdots \quad (2)$$

(2) ①式の分母が閉ループ系の特性多項式 P(s) である。閉ループ系の特性根は三つあり、二つは実根として与えられているので、残りの1根も実根となる。これを $-\alpha$ とおくと、所望の閉ループ系特性多項式 $P_{d}(s)$ は次式のように書くことができる。

$$P_{d}(s) = (s+1)(s+2)(s+\alpha) = (s^{2}+3s+2)(s+\alpha)$$

$$= s^{3} + (\alpha+3)s^{2} + (3\alpha+2)s + 2\alpha \qquad \cdots \qquad ②$$

また, ①式より,

$$P(s) = s^3 + 6s^2 + (K_2 + 8)s + K_1$$
 · · · · · · · · · · ③ であるから、②式と③式を係数比較することで次式を得る。

$$\alpha + 3 = 6$$

$$3\alpha + 2 = K_2 + 8$$

$$2\alpha = K_1$$

上式を解くことにより,

$$K_1 = 6$$
, $K_2 = 3$ ···(答)

及び、残りの根 -3 を得る。 ・・・(答)

(別解)

指定された二つの特性根-1,-2からなる多項式

$$(s+1)(s+2) = s^2 + 3s + 2$$

で、①式の分母多項式を割り切れなければならない。実際に割り算をすると、

$$\frac{s+3}{s^2+3s+2} s^3+6s^2+(K_2+8)s+K_1$$

$$\frac{s^3+3s^2+2s}{3s^2+(K_2+6)s+K_1}$$

$$\frac{3s^2+9s+6}{(K_2-3)s+K_1-6}$$

となる。したがって、残りの根は -3 である。 ・・・(答)

また、割り切れることから、余り $(K_2-3)s+K_1-6$ が零になる条件より、

$$K_2 - 3 = 0$$

$$K_1 - 6 = 0$$

が成り立つ。これを解いて、 $K_1=6$ 、 $K_2=3$ を得る。 ···(答)

(3) 小問(2)で得た $K_1 = 6$, $K_2 = 3$ を①式に代入する。

$$W(s) = \frac{K_1}{s^3 + 6s^2 + (K_2 + 8)s + K_1} = \frac{6}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6}$$

R(s)=1 を用いて、Y(s) は次のように展開できる。

$$Y(s) = W(s)R(s) = \frac{6}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6} = \frac{a}{s+1} + \frac{b}{s+2} + \frac{c}{s+3} \quad \cdots \quad (4)$$

以下において、④式のa, b, c を決定する。右辺を通分すると、

$$\frac{6}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6} = \frac{(a+b+c)s^2 + (5a+4b+3c)s + (6a+3b+2c)}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

となるので、両辺の係数を比較して次式を得る。

$$a+b+c=0$$

$$5a + 4b + 3c = 0$$

$$6a + 3b + 2c = 6$$

これを解くことで,

$$a = 3$$
, $b = -6$, $c = 3$

が得られる。したがって,

$$Y(s) = \frac{3}{s+1} - \frac{6}{s+2} + \frac{3}{s+3}$$

となる。上式を逆ラプラス変換することで時間応答を得る。

$$v(t) = 3e^{-t} - 6e^{-2t} + 3e^{-3t}$$
 ... (答)

(別解)

閉ループ伝達関数は,

$$W(s) = \frac{6}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6}$$

となる。 R(s)=1 を用いて、 Y(s) は次のように展開できる。

$$Y(s) = W(s)R(s) = \frac{6}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6} = \frac{k_1}{s+1} + \frac{k_2}{s+2} + \frac{k_3}{s+3}$$

ここで、係数 k_1 、 k_2 、 k_3 は、次式で計算される。

$$k_1 = \frac{6}{(s+2)(s+3)}\Big|_{s=-1} = \frac{6}{(-1+2)(-1+3)} = \frac{6}{2} = 3$$

$$k_2 = \frac{6}{(s+1)(s+3)}\Big|_{s=-2} = \frac{6}{(-2+1)(-2+3)} = \frac{6}{-1} = -6$$

$$k_3 = \frac{6}{(s+1)(s+2)}\Big|_{s=-3} = \frac{6}{(-3+1)(-3+2)} = \frac{6}{2} = 3$$

したがって,

$$Y(s) = \frac{3}{s+1} - \frac{6}{s+2} + \frac{3}{s+3}$$

となる。上式を逆ラプラス変換することで時間応答を得る。

$$y(t) = 3e^{-t} - 6e^{-2t} + 3e^{-3t}$$
 ··· (答)